

SREDNJA ŠKOLA „IVAN SELJANEĆ“  
KRIŽEVCI, TRG SV. FLORIJANA 14 b



ŠKOLA ZA CESTOVNI PROMET  
ZAGREB, TRG J. F. KENNEDYJA 8



Autori: Marin Dugina, dipl. ing. – prof. mentor  
Tomislav Kučina, dipl. ing. – prof. savjetnik

## ANALIZA NEORIJENTIRANE TRANSPORTNE MREŽE

### Sažetak

Klasičnom metodom etiketiranja moguće je u neorijentiranoj transportnoj mreži naći najkraći put između dvaju čvorova. U ovom radu je na jednostavnoj neorijentiranoj transportnoj mreži metoda pokazana. Transparentno je grafički prikazana metoda koja je korištena u analizi prometnog prostora sa satelitskim naseljima koja gravitiraju Gradu Križevcima. Podaci su dobiveni ljubaznošću djelatnika autobusnog kolodvora u Križevcima.

**Ključne riječi:** gravitacijsko područje, transportna mreža, satelitska naselja, metoda etiketiranja, najkraći put.

## 1. UVOD

Prometna (transportna) mreža je uređeni par  $(V, L)$ , gdje je  $V$  – skup točaka (naseljena mjesta, putnički ili teretni terminali i sl.). Svaki vrh iz  $V$  ima svoj (redni) broj.  $L$  je skup parova točaka  $L = \{(i, j), i, j \in V\}$  iz  $V$  koje su u relaciji neposredne povezanosti (lukovi ili komunikacije). Ako je  $(j, i) \in L$  uređeni par tada je komunikacija jednosmjerna.

Postoje orijentirane, neorijentirane i parcijalno ili djelomično orijentirane prometne mreže. U orijentiranim mrežama svi elementi iz skupa  $L$  su uređeni parovi (svi lukovi su jednosmjerni). Kod neorijentiranih mreža nema uređenosti elemenata skupa  $L$  pa je mogućnost komuniciranja dvosmjerna. U parcijalno orijentiranim mrežama postoje lukovi i jednog i drugog tipa.

Lukovi iz skupa  $L$  su ponderirani pozitivnim brojevima koji se mogu interpretirati bilo kao udaljenosti između susjednih vrhova po komunikaciji (luku) ili kao maksimalni protok robe koja se može komunikacijom u jedinici vremena.

Prema interpretaciji komunikacija, analiza prometne mreže sastoji se u rješavanju problema najkraćeg puta ili maksimalnog toka kroz mrežu. Metoda etiketiranja vrhova rješava oba problema, a u radu će biti prikazano rješavanje problema najkraćeg puta.

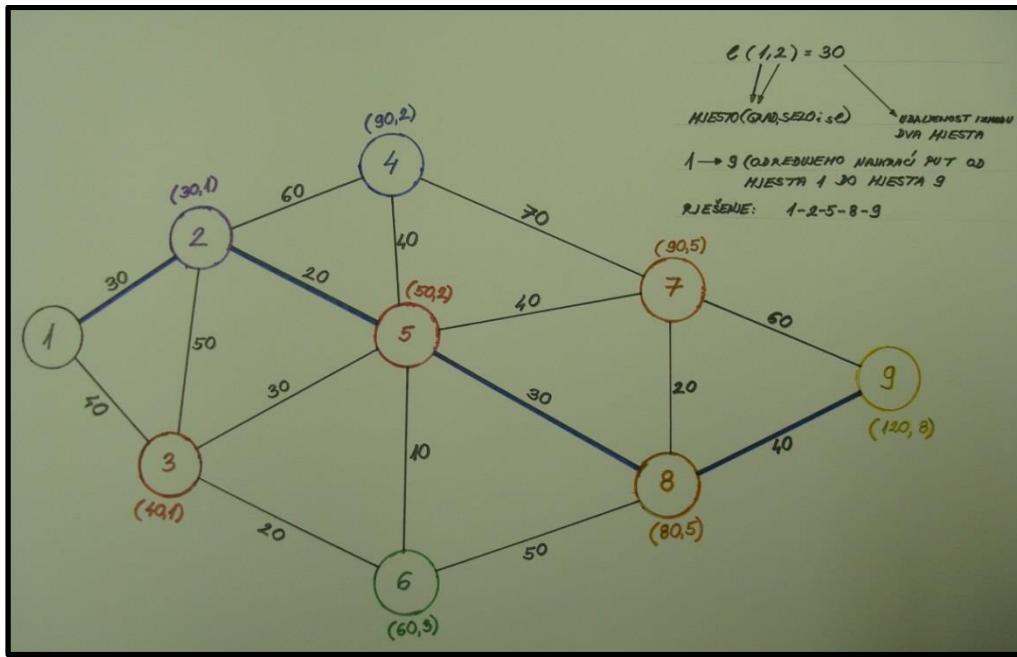
## 2. METODA ETIKETIRANJA KOD NALAŽENJA NAJKRAĆEG PUTA

Put kroz mrežu je niz vrhova u mreži koji su povezani mogućim kombinacijama. Zato je u prometnoj mreži obavezno istaknuti dva vrha. Prvi vrh je ulaz u mrežu i on je početna točka svih putova, a drugi istaknuti vrh je izlaz ili završetak svih putova kroz mrežu.

Etiketiraju se vrhovi prometne mreže tako da se svakom vrhu prometne mreže pridruži uređeni par ili etiketa. Etiketa je uređeni par u kojem je najkraća udaljenost od ulaza u mrežu do etiketiranog vrha prva komponenta, a broj vrha koji neposredno prethodi u putu od ulaza u mrežu druga komponenta.

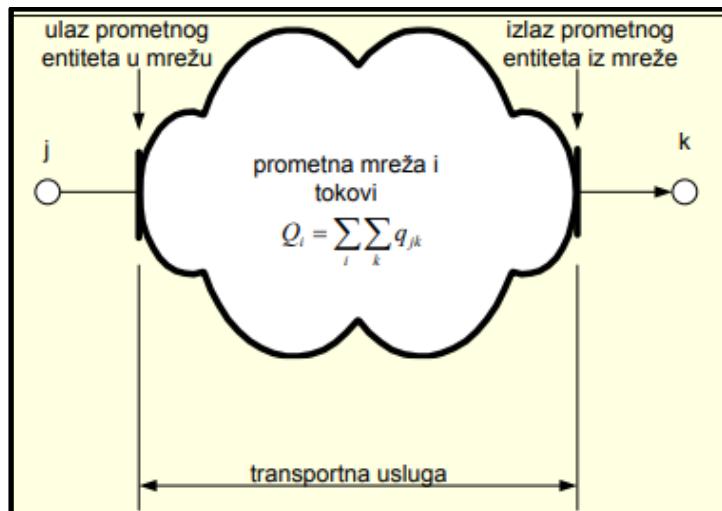
Neka je  $i \in V$  vrh kojeg treba etiketirati sa  $(d_i, v_i)$ . Neka su  $\{j \in V\}$  vrhovi iz kojih postoji neposredne komunikacije prema  $i \in V$  sa udaljenostima  $\{l_{ji}\}$ .

Ako su svi neposredno prethodni vrhovi  $\{j \in V\}$  etiketirani sa  $\{(d_j, v_j), j \in V\}$ . Tada je  $d_i = \min\{d_j + l_{ji}, j \in V\}$  prva komponenta,  $v_i = j$  u kojem je postignut  $\min\{d_j + l_{ji}\}$ .



Slika 1. Neorijentirana transportna mreža

U ovom radu prometni entiteti su autobusi koji prometuju kroz prikazanu prometnu mrežu (Slika 3.). Temeljna funkcija prometne mreže je omogućiti sigurno, učinkovito, ekološki i troškovno prihvatljivo premještanje ljudi od izvorišta j do odredišta k. Transportni entiteti ulaze na pristupnom dijelu mreže i izlaze na odredišnom dijelu.



Slika 2. Prikazuje protok transportnog entiteta kroz mrežu

### 3. STATISTIČKA BAZA UDALJENOSTI MJESTA KOJA GRAVITIRAJU PREMA KRIŽEVCIIMA

Na osnovu podataka dobivenih na autobusnom kolodvoru sačinjen je graf tako da su satelitska naselja čvorovi, a njihove udaljenosti po komunikacijama lukovi grafa. Ukupno je s Gradom Križevcima autobusnim linijama povezano nešto manje od 60 naselja sa 17 linija. Istraživanje će pokazati da li su linije ujedno najkraći putovi.

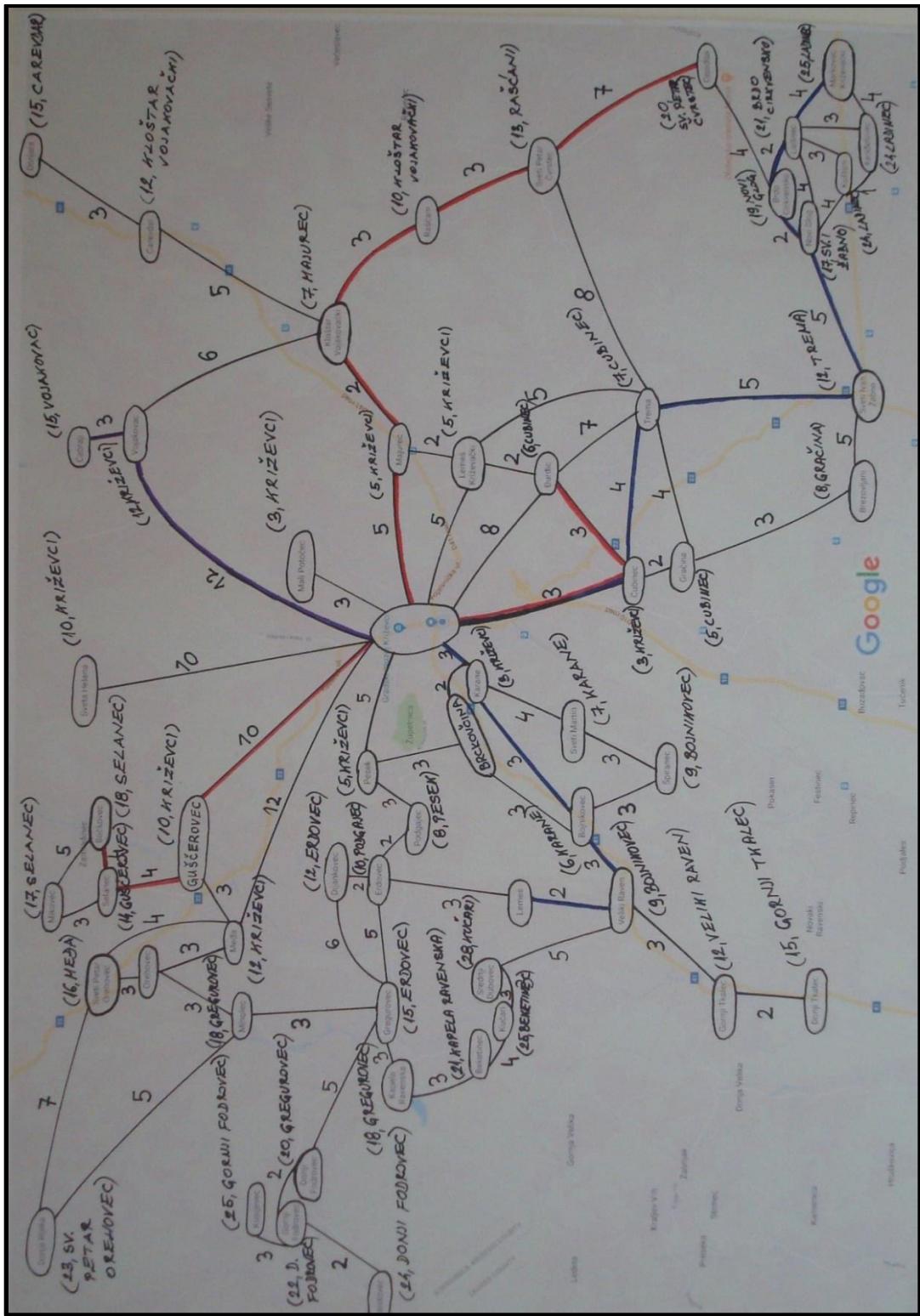
Tablica 1. Redovite autobusne linije

LINIJE - MJESTA	KILOMETRAŽA
KRIŽEVCI – MAJUREC – VOJAKOVAČKI KLOŠTAR – CAREVDAR - DONJARA	15 km
KRIŽEVCI – MAJUREC – VOJAKOVAČKI KLOŠTAR – VOJAKOVAC – ČABRAJI	16 km
KRIŽEVCI – SVETA HELENA	10 km
KRIŽEVCI – LEMEŠ KRIŽEVAČKI – TREMA – SV . PETAR ČVRSTEC – CEPIDLAK	25 km
KRIŽEVCI – SV. IVAN ŽABNO – NOVI GLOG – KUŠTANI – KENDELOVAC – MARKOVAC KRIŽEVAČKI	26 km
KRIŽEVCI – KARANE – BOJNIKOVEC – VELIKI RAVEN – GORNJI TKALEC – DONJI TKALEC	14 km
KRIŽEVCI – GUŠČEROVEC – MEĐA – SV. PETAR OREHOVEC – DONJA REKA	20 km
KRIŽEVCI – PESEK – PODGAJEC – ERDOVEC – GREGUROVEC – FODOROVEC – ZAISTOVEC	24 km
KRIŽEVCI – RAŠCANI	10 km
KRIŽEVCI – MALI POTOČEC	3 km
KRIŽEVCI – GRAČINA	6 km
KRIŽEVCI – ĐURĐIC	8 km
SV. IVAN ŽABNO - BREZOVLJANI	5 km
SV. IVAN ŽABNO – NOVI GLOG – BRDO CIRKVNSKO – LADINEC	21 km
KRIŽEVCI – BOJNIKOVEC – ŠPIRANEC	9 km
KRIŽEVCI – LEMEŠ RAVENSKI	13 km
KRIŽEVCI – GUŠČEROVEC – SALANEC – MIKOVEC – BOČKOVEC	23 km

Tablica 2. Prikazuje kraće linije kroz mrežu

LINIJE - MJESTA	KILOMETRAŽA
KRIŽEVCI – MAJUREC – VOJAKOVAČKI KLOŠTAR – VOJAKOVAC – ČABRAJI	16 km
<b>KRIŽEVCI – VOJAKOVEC – ČABRAJI</b>	<b>15 km</b>
KRIŽEVCI – LEMEŠ KRIŽEVAČKI – TREMA – SV. PETAR ČVRSTEC – CEPIDLAK	25 km
<b>KRIŽEVCI – MAJUREC – KLOŠTAR VOJAKOVAČKI – RAŠČANI – SV. PETAR ČVRSTEC - CEPIDLAK</b>	<b>20 km</b>
KRIŽEVCI – SV. IVAN ŽABNO – NOVI GLOG – KUŠTANI – KENDELOVAC – MARKOVAC KRIŽEVAČKI	26 km
<b>KRIŽEVCI – SV. IVAN ŽABNO – NOVI GLOG – BRDO CIRKVENSKO – LADINEC – MARKOVEC KRIŽEVAČKI</b>	<b>25 km</b>
KRIŽEVCI - ĐURĐIC	8 km
<b>KRIŽEVCI – CUBINEC – ĐURĐIC</b>	<b>6 km</b>
KRIŽEVCI – LEMEŠ RAVENSKI	13 km
<b>KRIŽEVCI – KARANE – BOJNIKOVEC – VELIKI RAVEN – LEMEŠ KRIŽEVAČKI</b>	<b>11 km</b>
KRIŽEVCI – GUŠĆEROVEC – SALANEC – MIKOVEC – BOČKOVEC	22 km
<b>KRIŽEVCI – GUŠĆEROVEC – SELANEC – BOČKOVEC</b>	<b>18 km</b>

Na postojećoj mreži analizirano je ukupno sedamnaest linija od početne do završne točke uzimajući u obzir kilometražu od mjesta do mjesta. Metodom etiketiranja ustanovljeno je da šest linija ima alternativne linije s obzirom na udaljenosti. Linije koje su podebljane prikazuju kraće linije. Ako linije kod kojih smo ustanovili da postoje kraći putovi stavljamo u komparativan odnos s redovitim linijama koje koristi prijevoznik možemo reći da maksimalni put je kraći za 5 km, a minimalni put za 1 km po liniji.



Slika 3. Prikazuje neorijentiranu transportnu mrežu s kraćim linijama

## 5. ZAKLJUČAK

Na temelju grafičke analize uzevši u obzir početnu točku Grad Križevce i krajnju točku u kojoj linija završava dobili smo kod sedam linija da postoji kraći put od početne točke u Križevcima pa do krajnje točke. Naravno da postoje i drugi kriteriji u određivanju rute linije to je uglavnom prometna potražnja. Razlike između udaljenosti postojećih linija i linija ostvarenih na temelju najkraćeg puta nisu velike pa se može reći da nije potrebno mijenjati linije, pogotovo ako one zaobilaze mjesta. Parametar najkraćeg puta donosi uštede u vremenu vožnje i troškovima putovanja.

## 6. LITERATURA

- Pađen, J.; Metode prostornog - prometnog planiranja, Informator i Ekonomski institut, Zagreb, 1978.
- Pađen, J.; Osnove prometnog planiranja, Informator, Zagreb, 1996.
- Presečki, A.; Prijevozna potražnja autobusnog linijskog prometa, doktorska disertacija, Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2002.
- Šimunović, Lj.; Prometna (transportna mreža), Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2015. (5.3.2019.)
- Štefančić, G.; Tehnologija gradskog prometa I, Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2008.
- Teodorović, D.; Transportne mreže, Univerzitet u Beogradu Saobraćajni fakultet, Beograd, 2016.
- <https://hr.glosbe.com/hr/hr/prometna%20mre%C5%BEa> (6.3.2019.)